

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.12.004

饱和多孔介质表面透水性对表面波传播特性影响薄层分析法

柴华友¹, 李天斌², 张电吉¹, 陈 健^{2,3}, 吴巧云¹, 柴修伟¹

(1. 武汉工程大学 资源与土木工程学院, 湖北 武汉 430073; 2. 成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 四川 成都 610059; 3. 华中科技大学 土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074)

摘 要: 饱和半无限体表面透水性会影响表面波(瑞利波和斯通利波)存在及其传播特性。在表面透水情况下, 只有瑞利波存在, 而在不透水情况, 不仅有瑞利波而且还有斯通利波。表面波在工程勘探及声波测试中扮演很重要角色, 因此, 有必要研究表面透水性对表面波传播特性的影响。采用薄层法, 将表面波频率方程根的搜索问题转换成求特征值问题。根据表面波沿深度衰减特性, 从一组计算的特征值及特征向量中筛选出与表面波对应特征值、特征向量, 由特征值得到表面波频率特性(频散和衰减特性), 由特征向量得到孔隙压力、骨架位移随深度变化, 进而分析在表面不透水情况下瑞利波和斯通利波影响深度及程度。

关 键 词: 薄层法; 饱和多孔介质; 瑞利波; 斯通利波; 表面透水性

中图分类号: TU 443

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2016)12-3371-09

Effect of surface permeability of saturated porous media on behaviour of surface waves using thin layer method

CHAI Hua-you¹, LI Tian-bin², ZHANG Dian-ji¹, CHEN Elton J.^{2,3}, WU Qiao-yun¹, CHAI Xiu-wei¹

(1. School of Resources and Civil Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan, Hubei 430073, China; 2. State Key Laboratory of GeoHazard Prevention & Geoenvironmental Protection, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan 610059, China; 3. School of Civil Engineering & Mechanics, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract: Surface permeability of saturated porous half spaces can influence the presence of surface waves, i.e. Rayleigh and/or Stoneley waves, as well as behaviour of these waves. Rayleigh waves exist in the porous half space with permeable surface, while there are both Rayleigh waves and Stoneley waves for the case of the impermeable surface. Rayleigh and Stoneley waves play important roles in engineering prospecting and acoustic testing, respectively. Therefore, it is necessary to investigate effects of the surface permeability on behaviours of these waves. In this paper, the root searching algorithm of the frequency equations of surface waves is transformed into the eigenvalue problem using thin layer method. According to the behaviour of attenuation of the surface waves along depth direction, the eigenvalues and eigenvectors corresponding to the surface waves can be sifted from the calculated ones. The frequency behaviour i.e. dispersion and attenuation can be calculated from the sifted eigenvalues. The variations of the fluid pressure and skeleton displacements with the depth can be obtained from the corresponding eigenvectors. The influence depth and extent of Rayleigh and Stoneley waves are then analyzed based on those variations for the case of the impermeable surface.

Keywords: thin layer method; saturated porous media; Rayleigh waves; Stoneley waves; surface permeability

1 引 言

表面波测试及孔中声波测试广泛应用于岩土工

程, 正因如此, 瑞利波及斯通利波传播特性研究越来越受到重视^[1-2]。与单相弹性固体半无限体中“真实”瑞利波相比, 饱和半无限体中瑞利波具有频散

收稿日期: 2014-09-28

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(No.41474113); 武汉工程大学人才专项经费资助项目, 地质灾害防治国家重点实验室(成都理工大学)开放基金资助项目(No.SKLP2013K003)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (41474113) and the Opening Fund of State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection (Chengdu University of Technology) (SKLP2013K003).

第一作者简介: 柴华友, 男, 1965 年生, 博士, 武汉工程大学特聘教授, 主要从事多相介质动力响应及波动特性方面的研究工作。E-mail: chy_rsm@hotmail.com

特性及沿传播方向衰减特性,因而也被称之为“伪”瑞利波(Pseudo-Rayleigh waves)或“泄漏”瑞利波(Leaky-Rayleigh waves)(为了方便,文中仍采用“瑞利波”术语)^[3-6]。夏唐代等^[7]研究了瑞利波位移和孔隙水压力沿深度的分布情况。陈龙珠等^[8]分析了半空间饱和土中瑞利波相速度和衰减随频率、渗透系数变化规律。

当固体介质上方有液体层时或介质分层时,有一种波沿交界面传播,其能量随与交界面距离增加快速衰减,即能量仅集中在交界面附近。对固-固交界面常称之为斯通利波(Stoneley waves),对液-固交界面称为 Scholte 波^[9],很多文献对两者不加区分,统称为斯通利波。饱和多孔介质表面孔隙排列方式会决定表面透水性^[10]。对液体/饱和介质系统,Feng 等^[4]研究表面透水性对“真”、“伪”表面波(泛指瑞利波及斯通利波)存在的影响及液体、骨架参数范围。夏唐代等^[11]分析了弹性半无限体上饱和土层表面透水与不透水情况下第一阶模态瑞利波频散曲线差别。

在表面不透水情况下,饱和介质表面附近会形成含水薄层,即使介质上方为真空,表面除了有“伪”瑞利波外,还有“伪”斯通利波,这意味着表面不透水饱和半无限体表面波频率方程有两个根。复数域根搜索收敛性及收敛速度与搜索起点设置有关,容易导致搜索失败^[12]。在多根情况下,若无法知道根取值的范围,很容易遗漏重要的根。Albers^[5]对 Biot 波动模型进行简化,忽略 Biot 波动模型中液体与固体相互耦合(质量耦合和体变耦合)及液体惯性效应(即不考虑液体渗透性对频率依赖)。基于这种简单的混合模型,Albers 研究真空中表面不透水的饱和半无限体中“伪”瑞利波及“伪”斯通利波频散特性及衰减特性。

表面波测试中,当动荷载速率远大于液体在表面渗透速率,表面可近似作为不透水处理,因此,研究表面透水性对表面波传播特性影响,不仅具有理论意义而且具有应用价值。本文以 Biot 建立的流体饱和多孔介质波传播理论为基础,根据表面波能量随深度衰减特点,将刚度矩阵行列式根搜索问题转换成求矩阵特征值问题,以此开展以下研究工作:① 表面透水性对瑞利波频散特性及衰减特性的影响;② 表面不透水情况下斯通利波频率及衰减特性;③ 比较瑞利波及斯通利波孔隙水压力、骨架位移随深度变化,进而了解这两种波对波场影响范围及程度。该分析方法可推广至层状饱和介质,甚至动力本构更为复杂的多相介质(如,天然气水合物)

中表面波传播特性研究。

2 饱和半无限体中表面波传播特性

2.1 Biot 波动理论

Biot 本构方程为^[12-13]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^s + \delta_{ij} \sigma^f = 2\mu^s \varepsilon_{ij} + \lambda^s \delta_{ij} e - \alpha \delta_{ij} p \\ p &= -\alpha M e - M w_{i,i} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

其中:

$$e = u_{i,i}^s, \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j}^s + u_{j,i}^s), w_i = n(u_i^f - u_i^s) \quad (2)$$

式中:上标 s 及 f 分别表示固体骨架和流体; n 为孔隙率; μ^s 、 λ^s 为骨架的 Lamé 常数,下标 $i, j = 1, 2$ (1, 2 分别对应于 x, z 方向参数或对 x, z 导数)。

运动方程张量形式为

$$\left. \begin{aligned} \mu^s u_{i,jj}^s + (\lambda^s + \mu^s + \alpha^2 M) u_{j,ji}^s + \alpha M w_{j,ji} &= \rho \ddot{u}_i^s + \rho_f \ddot{w}_i \\ \alpha M u_{j,ji}^s + M w_{j,ji} &= \rho_f \ddot{u}_i^s + m \ddot{w}_i + b * F(t) \dot{w}_i \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

其中:

$$\rho = n \rho_f + (1-n) \rho_s \quad (4)$$

式中:下标 s 表示固体颗粒;符号 * 表示卷积;频率校正函数 $F(t)$ 用于考虑与频率有关的耗散; $F(t)$ 谱为^[6, 10]

$$\hat{F}(\omega) = (1 + \frac{i}{2} \frac{\omega}{\omega_c})^{1/2} \quad (5)$$

式中: $i = \sqrt{-1}$; ω 为角频率,临界 Biot 角频率 ω_c 为

$$\omega_c = \frac{n\eta}{k_0 \rho_f a_\infty} \quad (6)$$

临界频率用于描述从黏性过渡到惯性主导区域,式中 a_∞ 为与孔隙几何有关的迂回度, Biot 系数 α 、 M 、 b 、 m 可以从多孔介质骨架、固体介质及流体的材料特性得到:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1 - \frac{K_b}{K_s}, \quad \frac{1}{M} = \frac{n}{K_f} + \frac{\alpha - n}{K_s}, \\ b &= \eta_d / k_0, \quad m = \rho_f a_\infty / n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

式中: K_b 、 K_s 及 K_f 分别为骨架、固体颗粒及流体的体模量; η_d 及 k_0 分别为动态流体黏性及渗透系数。

2.2 表面波传播特性

对饱和半无限体,无限远处无回波,这样,附录中位移、应力、孔隙压力与回波(或上行波)有关项(上标 R)可以忽略。利用饱和半无限体表面

条件, 可得到表面波频率方程, 进而研究表面透水性对表面波传播特性的影响。下面分析表面透水、不透水两种特例。

2.2.1 透水表面

饱和半介质透水表面条件为

$$\sigma_z|_{z=0}=0, \sigma_{xz}|_{z=0}=0, p|_{z=0}=0 \quad (8)$$

由附录中应力、孔隙压力可导出瑞利波的频率方程为

$$2\sqrt{1-\frac{c^2}{c_s^2}}\left[\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{p_2}^2}}\frac{c_{p_2}^2}{c_{p_1}^2}\frac{\zeta_1}{\zeta_2}-\sqrt{1-\frac{c^2}{c_{p_1}^2}}\right]=$$

$$(2-\frac{c^2}{c_s^2})\left\{\left(\frac{c_{p_2}^2}{c_{p_1}^2}\frac{\zeta_1}{\zeta_2}-1\right)-\left[\left(\frac{\lambda}{2\mu}+1\right)\frac{c^2}{c_{p_1}^2}\right]\left(\frac{\zeta_1}{\zeta_2}-1\right)\right\} \quad (9)$$

式中: c_{p_1} 、 c_{p_2} 、 c_s 、 g 及 $\zeta_j (j=1,2)$ 分别见附录(A1)、(A3)、(A4) 和 (A7)。

当频率趋于 0, P_2 波不存在, 饱和半无限体可用弹性半无限体近似, 由弹性半无限体中瑞利波频

率方程可得低频极限情况下饱和半无限体瑞利波相速度 c_{R0} ^[14]。

方程 (9) 有一个复数根, 这里, 将相速度 c 的复数域划分成网格, 找出方程 (9) 最小值对应的复相速度, 然后, 按下式由复相速度 c 得到瑞利波相速度 c_R 及衰减 α_R

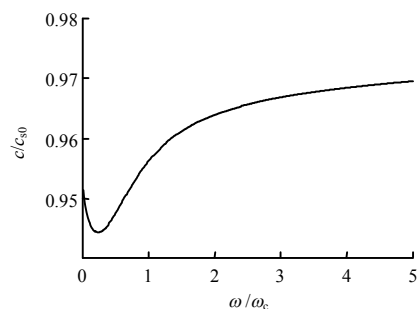
$$\left. \begin{aligned} c_R &= \{[\operatorname{Re}(c)]^2 + [\operatorname{Im}(c)]^2\} / \operatorname{Re}(c) \\ \alpha_R &= \frac{\omega \operatorname{Im}(c)}{[\operatorname{Re}(c)]^2 + [\operatorname{Im}(c)]^2} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

以水饱和 Mol 砂土材料为例^[15], Biot 参数 α 及 M 可以从式 (7) 计算, 这里取值与资料一致。

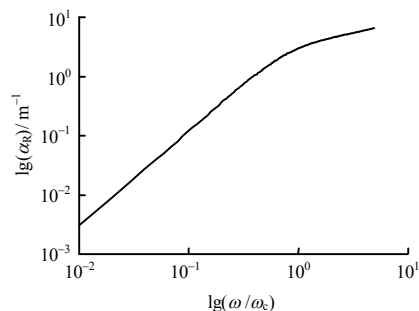
采用表 1 参数, 由式 (6) 得临界角频率 $\omega_c = 21\,234 \text{ rad/s}$ 。耗散校正仅在高频时考虑, 在岩土工程或工程地质勘探, 频率上限一般只有数千赫兹, 可不考虑耗散校正, 这里分析时取 $\hat{F}(\omega) = 1$ 。在此情况下, 宽频范围瑞利波频散曲线及对数坐标下衰减曲线分别见图 1(a)、2(a)。低频范围频率特性分别见图 1(b)、2(b)。

表 1 饱和介质材料特性参数
Table 1 Material properties of saturated sand

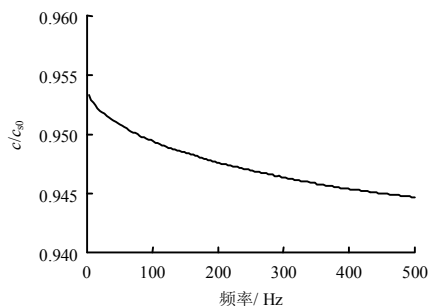
ρ_s /(g/cm ³)	ρ_f /(g/cm ³)	k_0 /μm ²	η_d /(Pa·s)	μ^s /MPa	λ^s /MPa	ν^s	K_b /MPa	K_s /GPa	K_f /GPa	a_∞	n	α	M /GPa
2.65	1.00	10.214	0.001	111.86	223.6	1/3	298.3	36.5	2.22	1.789	0.388	1	5.67



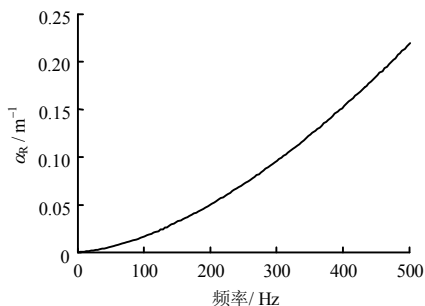
(a) 宽频



(a) 宽频



(b) 低频



(b) 低频

图 1 瑞利波频散曲线

Fig.1 Dispersion of Rayleigh waves

图 2 瑞利波衰减特性

Fig.2 Attenuation of Rayleigh waves

2.2.2 不透水表面

不透水表面条件为

$$\sigma_z|_{z=0}=0, \sigma_{xz}|_{z=0}=0, w_z=n(u_z^f-u_z^s)|_{z=0}=0 \quad (11)$$

由附录 A 中应力分量及比流量分量表达式, 可得表面波频率方程为

$$\begin{vmatrix} (1-\frac{s_1}{\rho_f \omega^2})(ik_{zp,1}) & (1-\frac{s_2}{\rho_f \omega^2})(ik_{zp,2}) & -ik \\ -2\mu k k_{zp,1} & -2\mu k k_{zp,2} & \mu(k^2-k_{zs}^2) \\ -2\mu k_{zp,1}^2 - \lambda \xi_1^2 - \alpha s_1 & -2\mu k_{zp,2}^2 - \lambda \xi_2^2 - \alpha s_2 & 2\mu k k_{zs} \end{vmatrix} = 0 \quad (12)$$

式中: $k_{zp,j}$ 、 k_{zs} 及 s_j ($j=1,2$) 分别见附录 (A8) 及 (A11)。

行列式 (12) 有两个根, 一个对应于瑞利波, 一个对应于斯通利波。根可以通过搜索法得到, 但在复数域, 多根搜索困难。为了能将矩阵行列式求根问题转换成求矩阵特征值问题, 要求矩阵具有以下两主要特点: ① 矩阵元素中波数要以代数形式而非以有理式或超越函数形式出现; ② 通过矩阵运算后, 可以将矩阵用波数多项式表示, 即将波数从矩阵中分离出来, 系数矩阵元素仅与材料特性参数或频率有关。为了达到这一目的, 下面采用薄层离散方法。这里术语“薄层”仅是区别传统有限元方法一种离散单元, 它与材料特性参数变化导致的分层含义不同。

3 薄层分析法

3.1 薄层法

对层状介质或均匀半无限体, 将半无限体分成两部分 (I 和 II), 对分层及 I 部分进行薄层离散。如图 3 所示。为了避免与层编号混淆, 比流量分量

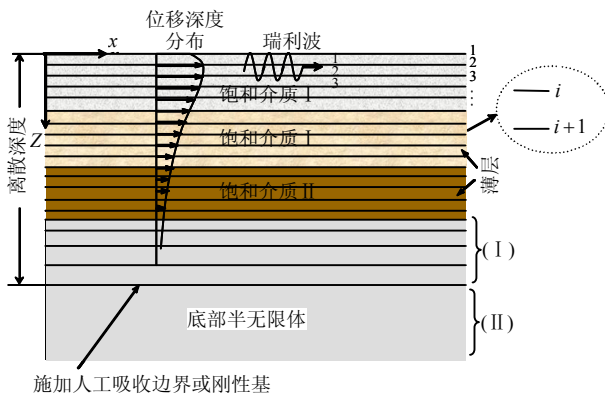


图 3 层状介质薄层离散

Fig.3 Thin layer discretisation of layered media

w_x 、 w_z 用 U 、 W 表示, 骨架的位移 u_x^s 、 u_z^s 用 u 、 w 表示。由附录式 (A9) 可知, 比流量可以用孔隙水压力 p 及骨架位移表示, 这样, 层面 4 个位移分量可以缩减至 3 个。取第 i 层面广义位移向量 $\hat{u}_i = [\hat{p}_i, \hat{u}_i, \hat{w}_i]^T$, 广义外力向量 $\hat{s}_i = [\hat{W}_i, \hat{\sigma}_{xz,i}, \hat{\sigma}_{z,i}]^T$, 上标符号 “^” 表示频率-波数变量。孔隙水压力压为正, 位移、外力取与坐标方向一致为正。

当划分的薄层厚度相对波长很小, 第 i 层内位移可由该层上、下层面 i 及 $i+1$ 广义位移线性插值得到。利用虚功原理可得^[14]

$$(k^2 A_i + ik B_i + C_i) \hat{U}_i = \hat{P}_i \quad (13)$$

式中: 外力向量 $\hat{P}_i = [-\hat{s}_i^T, \hat{s}_{i+1}^T]^T$ 。这样, 第 i 薄层刚度矩阵 K_i 就可以用波数多项式 $(k^2 A_i + ik B_i + C_i)$ 表示。将广义位移及广义外力向量以自由度而非层面排序, 同时引入复数, 即

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}_i &= [i\hat{p}_i, i\hat{p}_{i+1}, \hat{u}_i, \hat{u}_{i+1}, i\hat{w}_i, i\hat{w}_{i+1}]^T = [i\tilde{p}^T, \tilde{u}^T, i\tilde{w}^T]_i^T \\ \hat{P}_i &= [-i\hat{W}_i, i\hat{W}_{i+1}, -\hat{\sigma}_{xz,i}, \hat{\sigma}_{xz,i+1}, -i\hat{\sigma}_{z,i}, i\hat{\sigma}_{z,i+1}]^T = \\ &= [i\tilde{W}^T, \tilde{\sigma}_{xz}^T, i\tilde{\sigma}_z^T]_i^T \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式 (13) 可改写为

$$(k^2 A_i + k \bar{B}_i + C_i) \hat{U}_i = \hat{P}_i \quad (15)$$

$$\text{式中: } \bar{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & -B_{12} & 0 \\ -B_{12}^T & 0 & B_{23} \\ 0 & B_{23}^T & 0 \end{bmatrix}_i, \text{ 各子矩阵见附录 B.}$$

3.2 总刚度矩阵构筑

在构筑总刚度矩阵时, 利用薄层面间混合体积流量、位移、应力连续条件及底部半无限体刚度矩阵, 可得到总刚度矩阵。虽然薄层刚度矩阵具有代数表达式, 但由于半无限体未离散部分 II (见图 3) 刚度矩阵元素含复杂的有理式, 总刚度矩阵仍不具有这种简洁的代数表达形式。由于表面波在底部半无限体快速衰减, 当 I 与 II 交界面位置 z_0 相对波长达到一定值时, 表面波位移趋于 0, 若在此处置刚性人工边界, 人工边界对瑞利波的传播特性影响可以忽略, 此时, 刚性基饱和介质如同半无限体。刚性边界条件为 $u|_{z=z_0}=0$, $w|_{z=z_0}=0$, $w_f|_{z=z_0}=0$ 。这样, 将式 (15) 集成得

$$(k^2 \mathbf{A} + k\bar{\mathbf{B}} + \mathbf{C})\hat{\mathbf{U}} = \hat{\mathbf{P}} \quad (16)$$

式中: 矩阵 $\mathbf{A}$ 、 $\bar{\mathbf{B}}$ 、 $\mathbf{C}$ 为薄层矩阵 $\mathbf{A}_i$ 、 $\bar{\mathbf{B}}_i$ 、 $\mathbf{C}_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$, N 为薄层数) 集成, 式中广义位移、外力向量为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= [\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3, \dots, \hat{u}_N, \hat{u}_{N+1}, \hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_{N-1}, \\ &\quad \hat{u}_N, 0, i\hat{w}_1, i\hat{w}_2, \dots, i\hat{w}_{N-1}, i\hat{w}_N, 0]^T \\ \hat{\mathbf{P}} &= [-i\hat{W}_1, 0, 0, \dots, 0, 0, -(\hat{\sigma}_{xz})_{,1}, 0, 0, \dots, 0, (\hat{\sigma}_{xz})_{,N+1}, \\ &\quad -i(\hat{\sigma}_z)_{,1}, 0, 0, \dots, 0, i(\hat{\sigma}_z)_{,N+1}]^T \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

3.3 特征值问题

对透水表面, 由表面边界条件式 (8), 广义位移及外力向量为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= [0, \hat{u}_2, \hat{u}_3, \dots, \hat{u}_N, \hat{u}_{N+1}, \hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_{N-1}, \\ &\quad \hat{u}_N, 0, i\hat{w}_1, i\hat{w}_2, \dots, i\hat{w}_{N-1}, i\hat{w}_N, 0]^T \\ \hat{\mathbf{P}} &= [-i\hat{W}_1, 0, 0, \dots, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, (\hat{\sigma}_{xz})_{,N+1}, \\ &\quad 0, 0, 0, \dots, 0, i(\hat{\sigma}_z)_{,N+1}]^T \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

对不透水表面, 由表面边界条件式 (11), 广义位移及外力向量可写为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{U}} &= [\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{u}_3, \dots, \hat{u}_N, \hat{u}_{N+1}, \hat{u}_1, \hat{u}_2, \dots, \hat{u}_{N-1}, \hat{u}_N, \\ &\quad 0, i\hat{w}_1, i\hat{w}_2, \dots, i\hat{w}_{N-1}, i\hat{w}_N, 0]^T \\ \hat{\mathbf{P}} &= [0, 0, 0, \dots, 0, 0, 0, 0, \dots, 0, (\hat{\sigma}_{xz})_{,N+1}, \\ &\quad 0, 0, 0, \dots, 0, i(\hat{\sigma}_z)_{,N+1}]^T \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

对透水表面, 划去总刚度矩阵第 1 行、列及与 $(\hat{\sigma}_{xz})_{,N+1}$ 、 $i(\hat{\sigma}_z)_{,N+1}$ 对应的行、列; 对不透水表面, 划去与 $(\hat{\sigma}_{xz})_{,N+1}$ 、 $i(\hat{\sigma}_z)_{,N+1}$ 对应的行、列, 式 (16) 可简化为

$$(k^2 \mathbf{A} + k\bar{\mathbf{B}} + \mathbf{C})\hat{\mathbf{U}} = \mathbf{0} \quad (20)$$

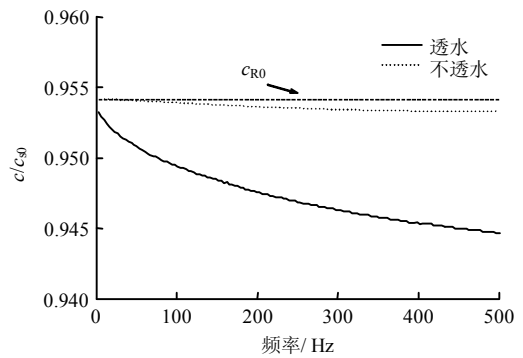
这是一个二次特征值问题, 由于系数矩阵为代数矩阵, 可以利用矩阵分解方法求特征值, 由数学工具软件 Matlab 的 eig 函数可很方便得到式 (20) 特征值。将广义位移向量改写为 $\hat{\mathbf{U}} = [\hat{\mathbf{p}}^T, k\hat{\mathbf{u}}^T, i\hat{\mathbf{w}}^T]^T$, 式 (20) 二次特征值问题可进一步简化成标准的一次特征值问题。广义位移向量中孔隙压力与位移有不同量纲, 系数矩阵元素有量级

差别, 矩阵病态, 对广义位移向量中孔隙压力项除一系数来平衡刚度矩阵元素量级差别^[14]。

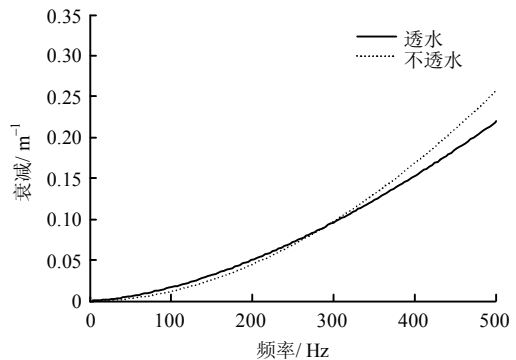
4 表面不透水情况下表面波传播特性

对透水表面, 式 (16) 可得到 $2 \times (3N)$ 个特征值; 对不透水特征值共有 $2 \times (3N+1)$ 。这些特征值一半代表中心向外传播波, 另一半代表远处向中心传播的波。在这些波中, 其中一个 (表面透水情况) 或两个 (表面不透水情况) 波的位移在底部半无限体随深度快速衰减, 且在抵达人工边界时趋于 0, 这些波对应于表面波。根据表面波这种特性, 从计算特征值中筛选出与表面波对应的特征值, 由特征值计算出表面波相速度及衰减。表面透水情况下薄层法计算结果与解析解比较可验证薄层法的有效性^[14]。

在表面不透水情况下, 瑞利波频散及衰减与表面透水情况比较见图 4。可以看出, 表面不透水情况下瑞利波频散特征不如表面透水情况明显。



(a) 频散特性



(b) 衰减特性

图 4 表面透水和不透水情况下瑞利波频率特性比较
Fig.4 Comparison of the frequency behaviours of Rayleigh waves for cases of permeable and impermeable surfaces

在表面透水的饱和半无限体中, 无斯通利波存

在。若表面不透水,除了瑞利波,还有斯通利波。从图 5 可看出,在研究频率范围内,斯通利波与 P_2 波有类似的频散及衰减特性(P_2 波的频率特性可由附录(A1)得到)。斯通利波相速度略低于慢波 P_2 相速度,衰减略高于 P_2 波。当频率趋于 0,斯通利波相速度及衰减趋于 0。相速度结果与 Albers^[5] 基于简单的混合模型得到的结果一致,衰减结果与 Albers 略有不同。一种可能原因是 Albers 的简单模型忽略了液相与固相间相互作用。瑞利波与斯通利

波引起的骨架竖直向位移幅值(复位移的模)与孔隙水压力幅值随深度变化比较见图 6,可以看出,斯通利波导致骨架竖直向位移幅值(复位移的模)远比瑞利波小且影响深度很浅,而对孔隙水压力,斯通利波影响远大于瑞利波。因此,斯通利波的主要影响在距表面很近区域孔隙液体,这意味着,基于表面质点振动位移或速度测量的表面波勘探中,表面透水性边界影响对测试及分析影响是有限的,在声波测试及分析中,则要考虑表面透水性。

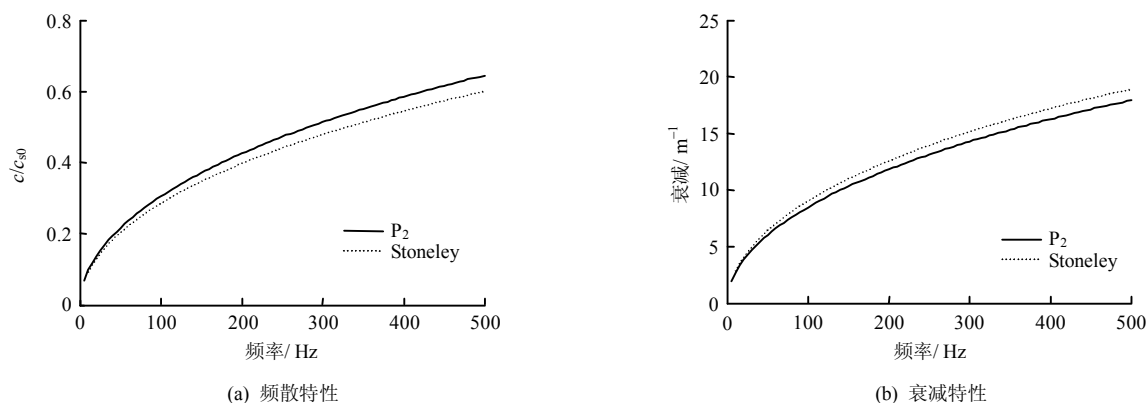


图 5 斯通利波和 P_2 波频率特性比较

Fig.5 Comparisons of frequency behaviours of Stoneley and P_2 waves

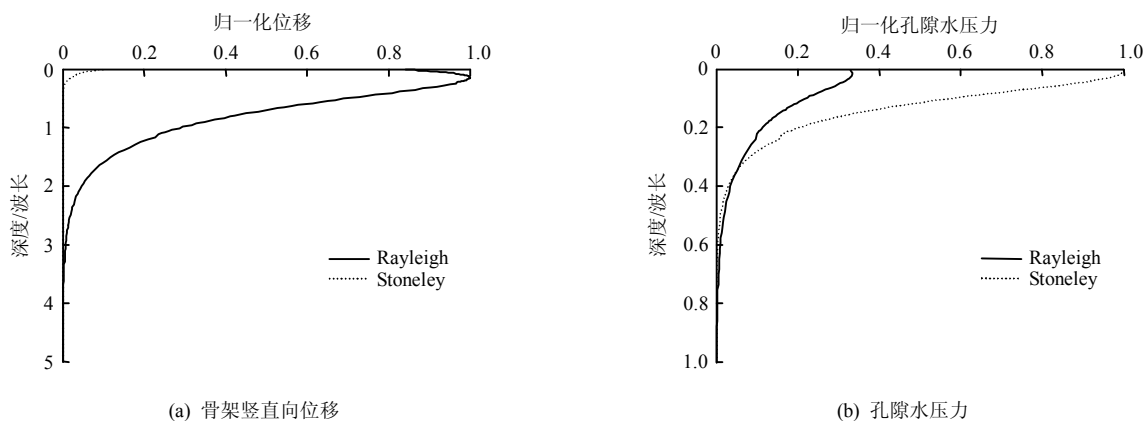


图 6 50 Hz 处瑞利波与斯通利波参数随深度变化

Fig.6 Variations of parameters of Rayleigh and Stoneley waves with depth at a frequency of 50 Hz

5 结 论

(1) 在表面不透水情况下,真空中饱和半无限体不仅有“伪”瑞利波,而且还存在“伪”斯通利波。

(2) 表面透水与不透水两种情况下,“伪”瑞利波频率特性相差不大,后者瑞利波频散特性不如前者明显。

(3) 斯通利波频散及衰减规律与 P_2 慢波类似,两者相差不大,斯通利波相速度略低于 P_2 波,衰减

略高于后者。

(4) 斯通利波影响仅局限于表面以下很浅区域,其骨架位移远小于瑞利波引起的骨架位移,但其孔隙水压力却明显高于瑞利波引起的孔隙水压力。因此,在基于表面质点振动位移或速度测量的表面波勘探中,表面透水性边界对表面波测试及分析影响是有限的。

参 考 文 献

- [1] 吴世明. 土介质中的波[M]. 北京: 科学出版社, 1997.

- WU Shi-ming. Waves in soil media[M]. Beijing: Science Press, 1997.
- [2] 柴华友, 吴慧明, 张电吉, 等. 弹性介质中的表面波理论及其在岩土工程中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 2008.
- CHAI Hua-you, WU Hui-ming, ZHANG Dian-ji, et al. Theory of surface waves in elastic media and its application in geoenvironment[M]. Beijing: Science Press, 2008.
- [3] DERESIEWICS H. The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid: IV. Surface waves in a half-space[J]. **Bulletin of the Seismological Society of America**, 1962, 52(3): 627—638.
- [4] FENG S, JOHNSON D L. High-frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface, I. New surface mode[J]. **Journal of the Acoustical Society of America**, 1983, 73(3): 906—914.
- [5] ALBERS B. Porous media — modeling and application to wave propagation[M]. Graz: Technical University of Graz, 2008.
- [6] VAN DALEN K N. Multi-component acoustic characterization of porous media[D]. Delft: Technische Universiteit Delft, 2011.
- [7] 夏唐代, 陈龙珠, 吴世明, 等. 半空间饱和土中瑞利波特性[J]. 水利学报, 1998, 10(2): 47—53.
- XIA Tang-dai, CHEN Long-zhu, WU Shi-ming, et al. Characteristics of Rayleigh wave in a saturated half-space soil[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 1998, 10(2): 47—53.
- [8] 陈龙珠, 黄秋菊, 夏唐代. 饱和地基中瑞利波的弥散特性[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(3): 6—9.
- CHEN Long-zhu, HUANG Qiu-ju, XIA Tang-dai. Dispersion of Rayleigh wave in a saturated soil ground[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1998, 20(3): 6—9.
- [9] 伊文, 贾戴茨基, 普瑞斯. 层状介质中的弹性波[M]. 刘光鼎, 译. 北京: 科学出版社, 1966.
- EWING W M, JARDETZKY W S, PRESS F. Elastic waves in layered media[M]. Translated by LIU Guang-ding. Beijing: Science Press, 1966.
- [10] GERASIK V. Energy transport in saturated porous media[D]. Waterloo, Ontario: University of Waterloo, 2011.
- [11] 夏唐代, 颜可珍, 孙鸣宇. 饱和土层中瑞利波的传播特性[J]. 水利学报, 2004, 11: 1—5.
- XIA Tang-dai, YAN Ke-zhen, SUN Ming-yu. Propagation of Rayleigh wave in saturated soil layer[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2004, 11: 1—5.
- [12] DEGRANDE G, ROECK G D, BROECK P V D, et al. Wave propagation in layered dry, saturated and unsaturated poroelastic media[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 1998, 35(34—35): 4753—4778.
- [13] SCHANZ M, PRYL D. Dynamic fundamental solutions for compressible and incompressible modeled poroelastic continua[J]. **International Journal of Solids and Structures**, 2004, 41(15): 4047—4073.
- [14] 柴华友, 张电吉, 卢海林, 等. 层状饱和介质中瑞利波传播特性薄层分析方法[J]. 岩土工程学报, 2015, (6): 1132—1141.
- CHAI Hua-you, ZHANG Dian-ji, LU Hai-lin, et al. Behaviour of Rayleigh waves in layered saturated porous media using thin layer method[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2015, (6): 1132—1141.
- [15] DEGRANDE G, DE ROECK G. An absorbing boundary condition for wave propagation in saturated poroelastic media Part I: Formulation and efficiency evaluation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 1993, 12: 411—421.

附录 A: 饱和介质波动解

对运动方程 (3) 作 Helmholtz 分解, 利用梯度场 (无旋场) 及旋转场势函数满足条件, 分别得 P_1 和 P_2 波的复相速度为

$$c_{p1,p2} = \omega \left[\frac{\beta_1 \mp \sqrt{\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2} \right]^{-1/2} \quad (A1)$$

其中 (略去 Lamé 常数上标 s):

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{(m\omega^2 - i\omega b\hat{F})(\lambda + 2\mu + \alpha^2 M) + \rho\omega^2 M - 2\alpha M \rho_f \omega^2}{(\lambda + 2\mu)M} \\ \beta_2 &= \frac{(m\omega^2 - i\omega b\hat{F})\rho\omega^2 - \rho_f^2 \omega^4}{(\lambda + 2\mu)M} \end{aligned} \right\} \quad (A2)$$

剪切波复相速度

$$c_s = \left[\frac{1}{\mu} (\rho - \rho_f g) \right]^{-1/2} \quad (A3)$$

其中:

$$g = \frac{\omega^2 \rho_f}{(m\omega^2 - i\omega b\hat{F})} \quad (A4)$$

当频率 ω 趋于 0, 由式 (A1) 可知 P_2 波不存在, P_1 波和 S 波相速度 c_{p_0} 及 c_{s_0} 分别为

$$\left. \begin{aligned} c_{p_0} &= \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu + \alpha^2 M)}{\rho}} \\ c_{s_0} &= \sqrt{\mu/\rho} = \sqrt{\frac{\mu}{(1-n)\rho_s + n\rho_f}} \end{aligned} \right\} \quad (A5)$$

波数-频率域中骨架位移及孔隙水压力表达式分别为

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_x &= -ik \left[\sum_{j=1}^2 \hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) + \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z) \right] - \\ &\quad ik_{zs} [\hat{\psi}^I \exp(-ik_{zs}z) - \hat{\psi}^R \exp(ik_{zs}z)] \\ \hat{u}_z &= -\sum_{j=1}^2 ik_{zp,j} [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) - \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] + \\ &\quad ik [\hat{\psi}^I \exp(-ik_{zs}z) + \hat{\psi}^R \exp(ik_{zs}z)] \\ \hat{p} &= \\ M \sum_{j=1}^2 (k^2 + k_{zp,j}^2) \zeta_j [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) + \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] \end{aligned} \right\} \quad (A6)$$

式中: 上标 “ $\wedge$ ” 表示参数或变量在频率-波数域; 上标 I 和 R 分别表示下行 (沿 z) 及上行 ($-z$) 波分量; $\hat{\phi}_j (j=1, 2)$, $\hat{\psi}$ 分别表示与 P_1 、 P_2 及 S 波有关待定系数。式 (A6) 中

$$\left. \begin{aligned} \zeta_j &= \alpha + \frac{(\omega^2 \rho_f - \bar{\xi}_j \alpha M)}{(\bar{\xi}_j M - \omega^2 m + i\omega b\hat{F})} \\ \bar{\xi}_j &= \xi_{p,j}^2 = \frac{\omega^2}{c_{p,j}^2} \quad (j=1, 2) \end{aligned} \right\} \quad (A7)$$

$$k_{zp,j}^2 = \xi_{p,j}^2 - k^2, \quad k_{zs}^2 = \xi_s^2 - k^2 \quad (A8)$$

式中: $\xi_{p,j}$ 、 ξ_s 表示 P、S 波沿传播方向波数; k 表示波数在 x 方向分量; $k_{zp,j}$ 、 k_{zs} 分别为波数在 z 方向的分量。比流量 $\hat{W}$ 可以用孔隙水压力、骨架位移表示为

$$\hat{W} = \left[\frac{g}{\rho_f \omega^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial z} - g \hat{u}_z \right] \quad (A9)$$

利用应力与位移关系式 (1) 第 1 式可得应力分量表达式为

$$\left. \begin{aligned} \hat{\sigma}_{xz} &= 2\mu \left\{ -\sum_{j=1}^2 k_{zp,j} [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) - \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{2} (k^2 - k_{zs}^2) [\hat{\psi}^I \exp(-ik_{zs}z) + \hat{\psi}^R \exp(ik_{zs}z)] \right\} \\ \hat{\sigma}_{zz} &= 2\mu \left\{ -\sum_{j=1}^2 k_{zp,j}^2 [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) + \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] + \right. \\ &\quad \left. kk_{zs} [\hat{\psi}^I \exp(-ik_{zs}z) - \hat{\psi}^R \exp(ik_{zs}z)] \right\} - \\ &\quad \lambda \sum_{j=1}^2 \bar{\xi}_j [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) + \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] - \\ &\quad \alpha \sum_{j=1}^2 s_j [\hat{\phi}_j^I \exp(-ik_{zp,j}z) + \hat{\phi}_j^R \exp(ik_{zp,j}z)] \end{aligned} \right\} \quad (A10)$$

其中:

$$s_j = M \bar{\xi}_j \zeta_j \quad (A11)$$

附录 B: 第 i 薄层刚度矩阵子矩阵

第 i 薄层刚度矩阵子矩阵如下 (矩阵元素以层自由度 $[\hat{p}_i, \hat{p}_{i+1}, \hat{u}_i, \hat{u}_{i+1}, \hat{w}_i, \hat{w}_{i+1}]^T$ 排列):

$$A_i = \frac{h_i}{6} \begin{bmatrix} 2 \frac{g_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} & \frac{g_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{g_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} & 2 \frac{g_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2(\lambda_i + 2\mu_i) & (\lambda_i + 2\mu_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda_i + 2\mu_i) & 2(\lambda_i + 2\mu_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2\mu_i & \mu_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu_i & 2\mu_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_{33} \end{bmatrix}_i$$

$$\begin{aligned}
 B_i &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & (\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{3} & (\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{6} & (\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{3} & 0 & 0 \\ -(\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{3} & -(\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{6} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\lambda_i - \mu_i) & \frac{1}{2}(\lambda_i + \mu_i) \\ -(\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{6} & -(\alpha_i - \vartheta_i) \frac{h_i}{3} & 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\lambda_i + \mu_i) & \frac{1}{2}(\lambda_i - \mu_i) \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(\lambda_i - \mu_i) & \frac{1}{2}(\lambda_i + \mu_i) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\lambda_i + \mu_i) & -\frac{1}{2}(\lambda_i - \mu_i) & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_{12}^T & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{B}_{23}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix}_i, \\
 C_i &= \begin{bmatrix} \frac{\vartheta_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} \frac{1}{h_i} - \frac{1}{M_i} \frac{h_i}{3} & -\frac{\vartheta_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} \frac{1}{h_i} - \frac{1}{M_i} \frac{h_i}{6} & 0 & 0 & \frac{(\alpha_i + \vartheta_i)}{2} & -\frac{(\alpha_i - \vartheta_i)}{2} \\ -\frac{\vartheta_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} \frac{1}{h_i} - \frac{1}{M_i} \frac{h_i}{6} & \frac{\vartheta_i}{\omega^2 \rho_{f,i}} \frac{1}{h_i} - \frac{1}{M_i} \frac{h_i}{3} & 0 & 0 & \frac{(\alpha_i - \vartheta_i)}{2} & -\frac{(\alpha_i + \vartheta_i)}{2} \\ 0 & 0 & \frac{\mu_i}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{3} & -\frac{\mu_i}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_i}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{6} & \frac{\mu_i}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{3} & 0 & 0 \\ \frac{(\alpha_i + \vartheta_i)}{2} & \frac{(\alpha_i - \vartheta_i)}{2} & 0 & 0 & \frac{(\lambda_i + 2\mu_i)}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{3} & -\frac{(\lambda_i + 2\mu_i)}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{6} \\ -\frac{(\alpha_i - \vartheta_i)}{2} & -\frac{(\alpha_i + \vartheta_i)}{2} & 0 & 0 & -\frac{(\lambda_i + 2\mu_i)}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{6} & \frac{(\lambda_i + 2\mu_i)}{h_i} + \frac{\gamma_i h_i}{3} \end{bmatrix} = \\
 &\begin{bmatrix} C_{11} & \mathbf{0} & C_{13} \\ \mathbf{0} & C_{22} & \mathbf{0} \\ C_{13}^T & \mathbf{0} & C_{33} \end{bmatrix}_i,
 \end{aligned}$$

式中： $\gamma = \omega^2(9\rho_f - \rho)$ ， ϑ 见附录（A4）。

上接第 3370 页

- [8] KOPÁSCY J. Über Die Bruchflächen und Bruchspannungen in Den Erdbauten. Gedenkbuch Für Prof. Dr. J. Jáky[M]//SZÉCHY K. Budapest: Akadémiaikiadó, 1955, 81—99.
- [9] KOPÁSCY J. Three-dimensional stress distribution and slip surfaces in earth works at rupture[C]//Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. London, Britain: [s. n.], 1957, (1): 339—342.
- [10] KOPÁSCY J. Distribution des contraintes à la rupture, forme de la surface de glissement et hauteur théorique des talus[C]//Proceedings of the 5th International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering. Paris, France: [s. n.], 1961, (2): 641—650.
- [11] 李兴高, 刘维宁. Coulomb 土压力理论的两种解法[J]. 岩土力学, 2006, 27(6): 981—985.
- LI Xing-gao, LIU Wei-ning. Two methods to get the Coulomb earth pressure theory[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(6): 981—985.